Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

**Домашнее задание №3** **по дисциплине «Прикладная механика»**

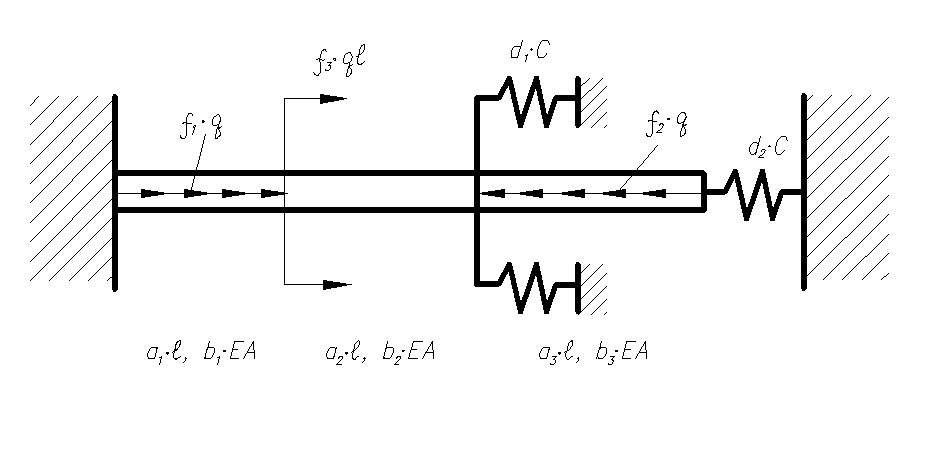
**Вариант 6**

Выполнил: студент группы РК6-32Б Журавлев Н. В.

Проверил: декан факультета РК, Шашурин Г. В.

Москва

2020



Для заданной системы требуется:

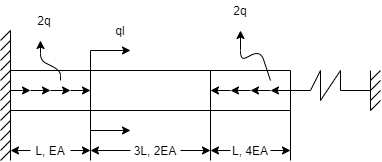
1. Разбить систему на конечные элементы. Ввести локальные и глобальную систему координат, записать матрицы жесткости каждого конечного элемента.

2. Сформировать СЛАУ для нахождения узловых перемещений системы. Найти узловые перемещения системы.

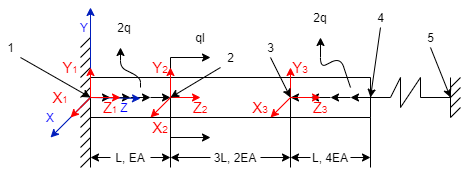
3. При С→0 и при С→ вычислить наибольшее значения осевой силы в системе.

Таблица вариантов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | a1 | a2 | a3 | b1 | b2 | b3 | d1 | d2 | f1 | f2 | f3 |
| 6 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 4 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 |



Разобьём стержень на 4 конечных элемента, пронумеруем их по порядку слева направо, введем глобальную систему координат, введём локальные системы координат и обозначим 5 узлов.



Матрицы жесткости для каждого конечного элемента:

Таблица индексов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1’ | 2’ |
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 3 |
| 3 | 3 | 4 |
| 4 | 4 | 5 |

Получим матрицы жесткости с помощью ансамблирования:

СЛАУ для нахождения узловых перемещений в стержне: [𝐾] ∗ {𝑢} = {𝑓} ([𝐾] – матрица жесткости системы)

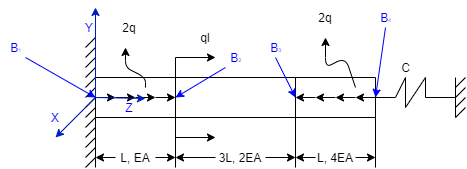
{u} =

Составим вектор сил {𝑓}, для этого приведем распределенные нагрузки к узловым.

{𝑓} =

Отсюда запишем СЛАУ в упрощенном виде:

Обозначим узлы стержня следующим образом:



Построим выражение для поиска осевых напряжений в узлах стержня (Учитывать будем только конечные элементы стержня, исключая пружину из системы)*.*

{𝑁(𝑧)} = [𝐷]{𝜀(𝑧)}

{𝑁(𝑧)} = − вектор осевых сил в К.

{𝜀} =− вектор деформаций

[𝐷] =

{𝜀(𝑧)} =

{𝑊(𝑧)} − вектор функций перемещений в конечных элементах Данный вектор найдём, аппроксимируя каждую функцию перемещений, опираясь на узловые перемещения и внешние распределённые нагрузки.

{𝑊(𝑧)} =

Т.к. на участках стержня присутствуют распределённые нагрузки, функция перемещения будет иметь квадратичную форму.

Выразим перемещение на границе i-ого элемента через перемещение сечения в j-ом узле:

где ввиду последовательного нумерования узлов и конечных элементов I = j

Таким образом,

{𝜎(𝑧)} = [𝐷]{𝜀(𝑧)} = [𝐷]

Вычислим перемещения сечений стержня при C0

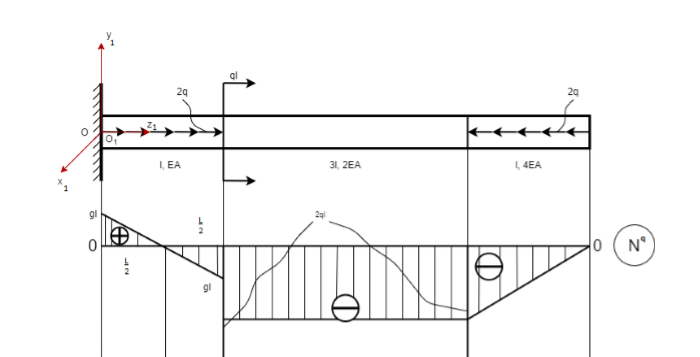
{𝑁(𝑧)} = [𝐷]

Так как получившиеся осевые силы представлены линейной зависимостью, максимальная осевая сила будет находиться в узле стержня. Найдём силы в узлах стержня:

{𝑁(0)} =

{𝑁(𝑙𝑖)} =

Таким образом, максимальная осевая сила (по модулю) = 𝑞𝑙. Сравним полученные значения со значениями из 1-го ДЗ. В 1-ом ДЗ были построены следующие эпюры для случая, когда C0:



Как видно из рисунка, полученные методом конечных элементов значения перемещений и напряжений совпадают со значениями, полученными с помощью построения эпюр в первом ДЗ.

Вычислим перемещения сечений стержня при C

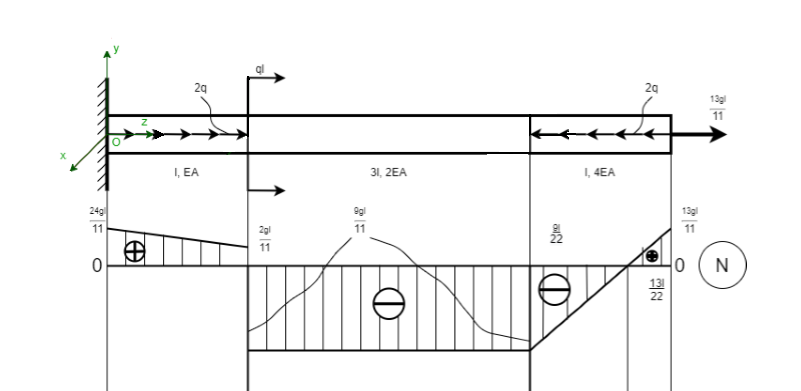
{𝑁(𝑧)} = [𝐷]

Так как получившиеся осевые силы представлены линейной зависимостью, максимальная осевая сила будет находиться в узле стержня. Найдём силы в узлах стержня:

{𝑁(0)} =

{𝑁(𝑙𝑖)} =

Таким образом, максимальная осевая сила (по модулю) = Сравним полученные значения со значениями из 1-го ДЗ. В 1-ом ДЗ были построены следующие эпюры для случая, когда C:



Как видно из рисунка, полученные методом конечных элементов значения перемещений и напряжений совпадают со значениями, полученными с помощью построения эпюр в первом ДЗ.